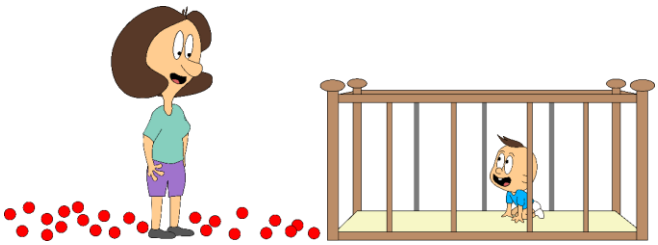
Mama vs. Baby: Wettstreit im Kinderzimmer

Einführung einer mathematischen Betrachtung des Gleichgewichts

LNCU de

M1 - Das chemische Gleichgewicht als „Wettstreit im Kinderzimmer“

Das Konzept des chemischen Gleichgewichts kann man mit Hilfe einer bildhaften Analogie mathematisch betrachten: In einem Kinderzimmer hat ein Baby alle Bälle aus dem Laufstall geworfen.



Nun will die Mutter (M) sie wieder zurück werfen, aber dem Baby (B) gefällt das nicht.

Der Raum, den beide „aufräumen“, beträgt jeweils 4 m³. Da die Mutter mit einer großen Reichweite ausgestattet ist und das Baby nur krabbelt, nehmen wir an, dass sie einen doppelt so großen Raum pro Zeit erreichen kann.

Endet der Konflikt damit, dass alle Bälle wieder im Laufstall liegen?

Folgende mathematische Zusammenhänge und Kürzel sollen uns bei der Betrachtung der Einstellung und des Zustandes eines „**dynamischen Gleichgewichts**“ helfen:

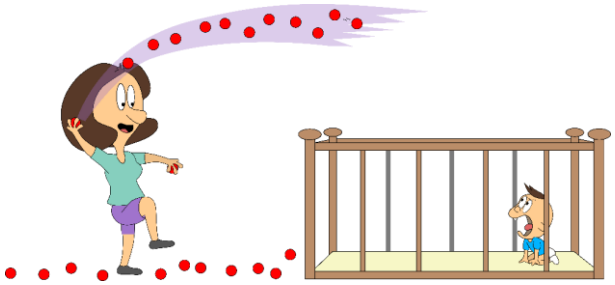
Größe und Bedeutung	Mutter	Baby
n beschreibt die **Anzahl** und **c** die **Konzentration** der Bälle auf der jeweiligen Seite. Da hier der **Raum V** betrachtet wird, zählen nicht nur die Bälle auf dem Boden, sondern auch die darüber!	$mit\ n_0(Bälle_M) =$ $24\ Bälle$ und V = 4 m³ ist $c_0(Bälle_M) = 6\ \frac{Bälle}{m^3}$	mit $n_0(Bälle_B) =$ $0\ Bälle$ und V = 4 m³ ist $c_0(Bälle_B) = 0\ \frac{Bälle}{m^3}$
Die beiden **Geschwindigkeitskonstanten k** beschreiben den Raum, der von der Mutter oder dem Baby pro Zeiteinheit erreicht werden kann.	$k_M = 2\ \frac{m^3}{s}$	$k_B = 1\ \frac{m^3}{s}$
$v = k \cdot c(Bälle)$ beschreibt analog zur **Reaktionsrate** (Anzahl der erfolgreichen Zusammenstöße der Reaktionspartner in einem Augenblick) die Anzahl Bälle, welche Mutter oder Baby gerade erfolgreich werfen.	$v_M = k_M \cdot c(Bälle_M)$	$v_B = k_B \cdot c(Bälle_B)$
$\frac{\Delta c(Bälle)}{\Delta t} = \frac{\lvert c(Bälle)_{t2} - c(Bälle)_{t1} \rvert}{t_2 - t_1}$ beschreibt analog zur **Reaktionsgeschwindigkeit** die tatsächlich beobachtbare Veränderung der Konzentration auf einer Seite in einem Zeitintervall. Ein infinitesimal kleines Zeitintervall liefert die **momentane Reaktionsgeschwindigkeit dc/dt.**	$\frac{\lvert \Delta c_M \rvert}{\Delta t}$	$\frac{\lvert \Delta c_B \rvert}{\Delta t}$

Aufgaben zu M1 und M2

1) Machen Sie sich mit den Größen und Einheiten in M1 vertraut. Stellen Sie jetzt oder nach der Bearbeitung von M2 den prinzipiellen Zusammenhang zwischen $\frac{\lvert \Delta c_M \rvert}{\Delta t}$ und $\frac{\lvert \Delta c_B \rvert}{\Delta t}$ dar und erläutern Sie die Verwendung der Betragszeichnen.
2) Betrachten Sie die Bildgeschichte in M2 und
   a) berechnen Sie die fehlenden **Reaktionsraten** in den abgebildeten Momenten und die **Reaktionsgeschwindigkeiten** für die Übergänge von (2) zu (3) sowie (3) zu (4).
   b) ergänzen Sie die Bildunterschriften und diskutieren Sie die Verwendung der Symbole →, ⇄, ⇌ (?), ⇌.

G. von Borstel und A. Böhm 2021 nach A. Böhm, D. Weninger und G. von Borstel, für SINUS NRW 2020 unter CC-BY-SA 4.0. Die Idee basiert auf einer Skizze von Martin Düker und erweitert die legendäre HOLZAPFELKRIEG nach Dickerson R., Geis I., Chemie eine lebendige und anschauliche Einführung, 1. Nachdruck der 1. Auflage, Weinheim 1983, S.321ff.

M2 – Wettstreit in mehreren Phasen



→ **(1)** Die Mutter wirft erste Bälle zum Baby. Die **Reaktionsraten** sind unterschiedlich:

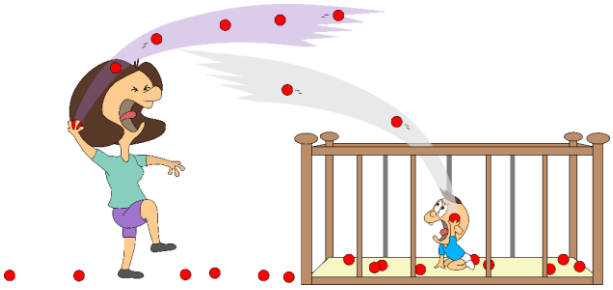
$$c(\text{Bälle}_M) = \frac{24\ \text{Bälle}}{4\ m^3} \qquad c(\text{Bälle}_B) = \frac{0\ \text{Bälle}}{4\ m^3}$$

$$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot 6\frac{\text{Bälle}}{m^3} \qquad v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot 0\ \frac{\text{Bälle}}{m^3}$$

$$v_M = 12\frac{\text{Bälle}}{s} \qquad v_B = 0\frac{\text{Bälle}}{s}$$

Hinweis: man könnte denken, dass es genau eine Sekunde zwischen (1) und (2) vergeht. Wir wissen aber nicht, wie lange es wirklich dauert. *Kann das Baby schon nach dem Bruchteil einer Sekunde erste Bälle zurückwerfen? Kann die Mutter davon erneut welche zurückwerfen? Wie lange brauchen die Bälle über das Gitter?*

Für die Berechnung der **durchschnittlichen Reaktionsgeschwindigkeit** haben wir ab jetzt daher fiktive, aber denkbare Zeiträume angegeben!



⇄ **(2)** Das Baby wirft bereits Bälle zurück. Die Konzentration der Bälle auf beiden Seiten ist gleich groß, aber die **Reaktionsraten** sind weiterhin verschieden:

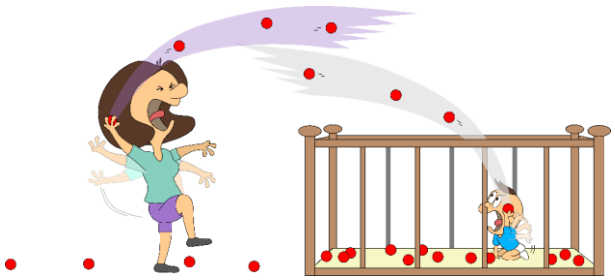
$$c(\text{Bälle}_M) = \frac{12\ \text{Bälle}}{4\ m^3} \qquad c(\text{Bälle}_B) = \frac{12\ \text{Bälle}}{4\ m^3}$$

$$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot 3\frac{\text{Bälle}}{m^3} \qquad v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot 3\frac{\text{Bälle}}{m^3}$$

$$v_M = \quad \frac{\text{Bälle}}{s} \qquad v_B = \quad \frac{\text{Bälle}}{s}$$

Wir wollen annehmen, dass zwischen (1) und (2) zwei Sekunden vergangen sind. Für die **Reaktionsgeschwindigkeiten** folgt:

$$\frac{|\Delta c_M)|}{\Delta t} = \frac{\left|3\frac{\text{Bälle}}{m^3} - 6\frac{\text{Bälle}}{m^3}\right|}{2s} = 1{,}5\frac{\text{Bälle}}{m^3\ s} \qquad \frac{|\Delta c_B)|}{\Delta t} = \frac{\left|3\frac{\text{Bälle}}{m^3} - 0\frac{\text{Bälle}}{m^3}\right|}{2s} = 1{,}5\frac{\text{Bälle}}{m^3\ s}$$

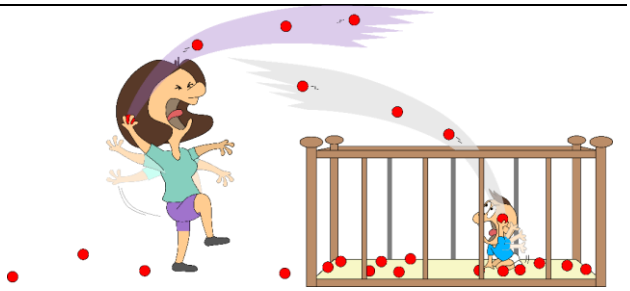


⇌ (?) **(3)** Einige Zeit später …

$$c(\text{Bälle}_M) = \frac{\text{Bälle}}{4\ m^3} \qquad c(\text{Bälle}_B) = \quad \frac{\text{Bälle}}{4\ m^3}$$

$$v_M = \qquad v_B =$$

Es sollen weitere zehn Sekunden verstrichen sein. Für die **Reaktionsgeschwindigkeiten** folgt:



⇌ **(4)** Am Abend …

$$c(\text{Bälle}_M) = \frac{\text{Bälle}}{4\ m^3} \qquad c(\text{Bälle}_B) = \quad \frac{\text{Bälle}}{4\ m^3}$$

$$v_M = \qquad v_B =$$

Es sollen weitere drei Stunden verstrichen sein. Für die **Reaktionsgeschwindigkeiten** folgt:

G. von Borstel und A. Böhm 2021 nach A. Böhm, D. Weninger und G. von Borstel, für SINUS NRW 2020 unter CC-BY-SA 4.0. Die Idee basiert auf einer Skizze von Martin Düker und erweitert die legendäre HOLZAPFELKRIEG nach Dickerson R., Geis I., Chemie eine lebendige und anschauliche Einführung, 1. Nachdruck der 1. Auflage, Weinheim 1983, S.321ff.

Mama vs. Baby: Wettstreit im Kinderzimmer

Einführung einer mathematischen Betrachtung des Gleichgewichts

Weiterführende Aufgaben zu M3 und M4

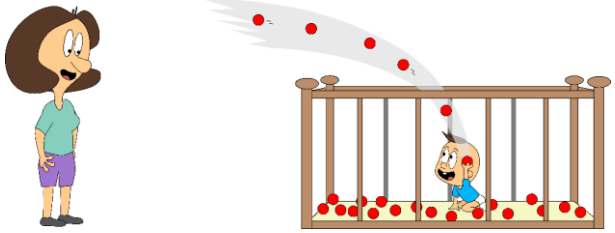
Was wäre passiert, wenn anfänglich alle Bälle im Laufstall des Babys gelegen hätten?

3) Stellen Sie eine begründete Vermutung für dieses Szenario auf.

4) Ergänzen Sie die Berechnungen in Bildergeschichte in M3 und prüfen Sie ihre Vermutung.

5) Diskutieren Sie, inwiefern man bei Kenntnis der Geschwindigkeitskonstanten k_M und k_M Aussagen über die Konzentration der Bälle auf beiden Seiten im Zustand des chemischen Gleichgewichts machen kann.

M3 - Was wäre, wenn anfangs alle Bälle beim Baby wären?

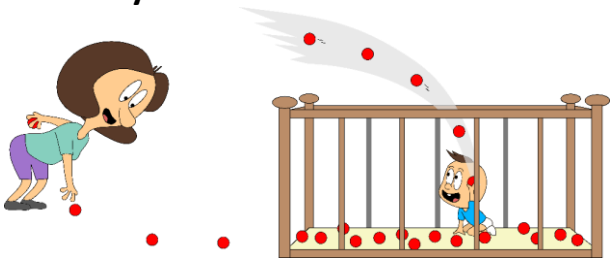


(1) Alle Bälle befinden sich beim Baby und es beginnt zu werfen.

$$c(Bälle_M) = \frac{0\ Bälle}{4\ m^3} \qquad c(Bälle_B) = \frac{24\ Bälle}{4\ m^3}$$

$$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot\ 0\frac{Bälle}{m^3} \qquad v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot 6\frac{Bälle}{m^3}$$

$$v_M = 0\frac{Bälle}{s} \qquad v_B = 6\frac{Bälle}{s}$$

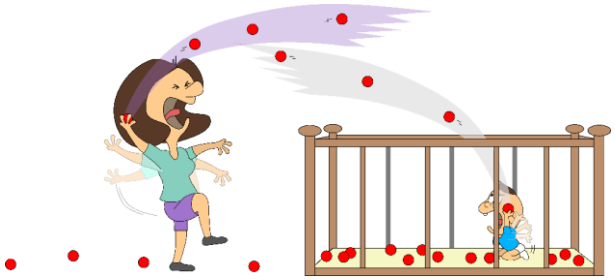


(2) Keine Sekunde später. Die Mutter hat nun auch Bälle und beginnt mit dem Werfen.

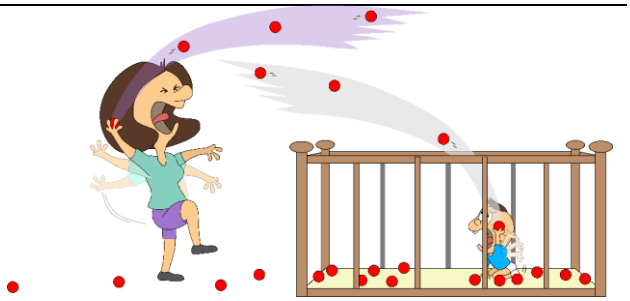
$$c(Bälle_M) = \frac{4\ Bälle}{4\ m^3} \qquad c(Bälle_B) = \frac{20\ Bälle}{4\ m^3}$$

$$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot\ 1\frac{Bälle}{m^3} \qquad v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot 5\frac{Bälle}{m^3}$$

$$v_M = \quad\frac{Bälle}{s} \qquad v_B = \quad\frac{Bälle}{s}$$



(3) 10 Sekunden später …



(4) Stunden später …

M4 – formal betrachtet

In diesem Gleichgewicht gilt:

$v_M = v_B$ und somit $k_M \cdot c(Bälle_M) = k_B \cdot c(Bälle_B)$ *und damit* $\frac{k_M}{k_B} = \frac{c(Bälle_B)}{c(Bälle_M)}$

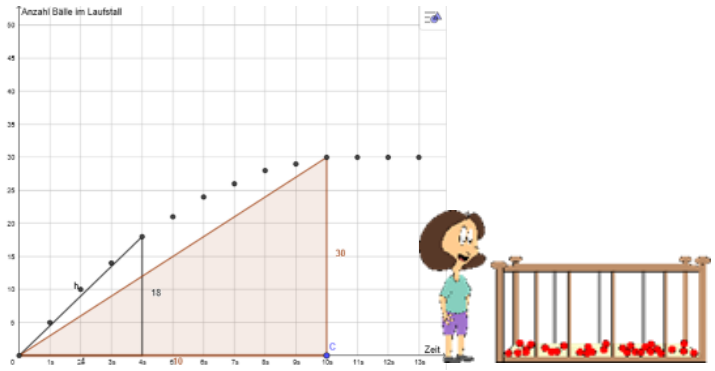
Allgemein gilt:
Sobald die Reaktionsrate von Hin- und Rückreaktion gleich groß sind, hat ein System den chemischen Gleichgewichtszustand erreicht. Dann ist die Reaktionsgeschwindigkeit unabhängig vom nachfolgend betrachteten Zeitintervall einer Messung stets null.

G. von Borstel und A. Böhm 2021 nach A. Böhm, D. Weninger und G. von Borstel, für SINUS NRW 2020 unter CC-BY-SA 4.0. Die Idee basiert auf einer Skizze von Martin Düker und erweitert die legendäre HOLZAPFELKRIEG nach Dickerson R., Geis I., Chemie eine lebendige und anschauliche Einführung, 1. Nachdruck der 1. Auflage, Weinheim 1983, S.321ff.

M5 – Ein Blick auf unsere bisherigen Betrachtungen

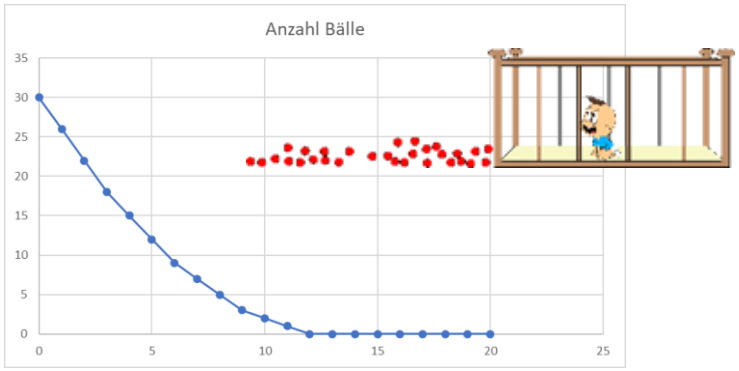
„Mama räumt auf“

Anzahl der Bälle außerhalb des Laufstalls fällt auf null, Reaktionsrate und Reaktionsgeschwindigkeit fallen auf null.



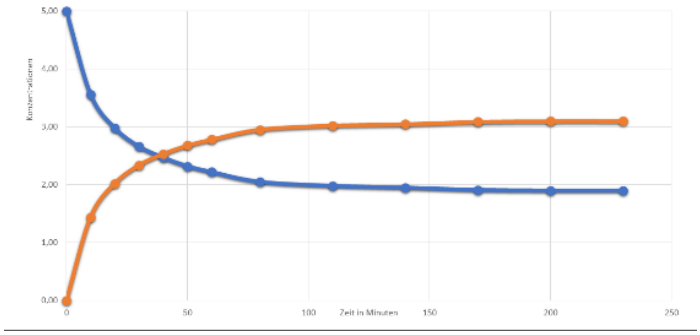
„Das Baby leert den Laufstall“

Anzahl der Bälle im Laufstall fällt auf null, Reaktionsrate und Reaktionsgeschwindigkeit fallen auf null.



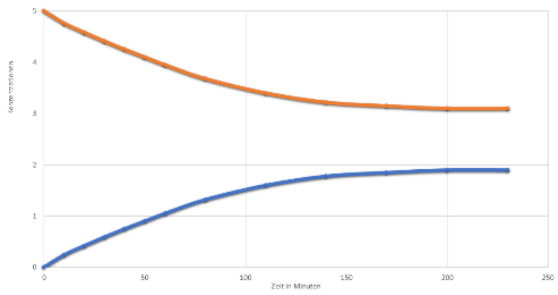
„Estersynthese“

Ausgehend von Ethansäure und Ethanol laufen die Hin- und Rückreaktion in einem Gefäß ab.



„Esterhydrolyse“

Ausgehend von Ethansäureethylester und Wasser laufen die Hin- und Rückreaktion in einem Gefäß ab.



Verknüpfende Aufgabe zu M5

6) Vergleichen Sie diese Analogie mit unseren bisherigen Betrachtungen zur Reaktionsrate, Reaktionsgeschwindigkeit und zum chemischen Gleichgewicht. Stellen Sie Zusammenhänge, Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Betrachtungen heraus.

G. von Borstel und A. Böhm 2021 nach A. Böhm, D. Weninger und G. von Borstel, für SINUS NRW 2020 unter CC-BY-SA 4.0. Die Idee basiert auf einer Skizze von Martin Düker und erweitert die legendäre HOLZAPFELKRIEG nach Dickerson R., Geis I., Chemie eine lebendige und anschauliche Einführung, 1. Nachdruck der 1. Auflage, Weinheim 1983, S.321ff.